جمهورية مصر العربية

وزارة التربية والتعليم
والتعليم الفني

نموذج إجابة
امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة
للعام الدراسى ٢٠١٦/٢٠١٧ - الدور الأول

المـادة : التفاضل والتكامل (باللغة العربية)

نموذج

أ

المجموعة من ← إلى	الدرجة
١ ← ٥	٧
٦ ← ٨	٥
٩ ← ١٢	٦
١٣ ← ١٦	٧
١٧ ← ١٨	٥
المجموع	٣٠

لكل مجموعة
مقدر ومراجع

١-

الحل (د) د(−٢)

٢-

الحل (أ) هـس + ث

٣-

الحل (أ) لوهـ |جا س| + ث

٤-

الحل

$\because$ ص $= ٣$ هـ^{س}

$\therefore$ صَ $= ٣$ هـ^{س} $\frac{1}{2}$

عند س $= -١$ $\therefore$ صَ $= ٣$ هـ$^{-١} = \frac{٣}{هـ}$ $\frac{1}{2}$

ص $= ٣$ هـ$^{-١}$

$\therefore$ ميل المماس $= \frac{٣}{هـ}$ $\frac{1}{2}$

$\therefore$ معادلة العمودي هي

ص $-$ ص$_١ = \frac{-١}{\text{ميل المماس}}$ (س $-$ س$_١$) $\frac{1}{2}$

$\therefore$ ص $- ٣$ هـ$^{-١} = -\frac{هـ}{٣}$ (س $+ ١$) $\frac{1}{2}$

$\therefore$ ص $= \frac{٣}{هـ} - \frac{هـ س}{٣} - \frac{هـ}{٣}$ $\frac{1}{2}$

٥-

-٦

الحل د $-\frac{1}{٦}$

-٧

حل ٢ فرع:

$\frac{دس}{دع} = \frac{ع - ١ - ع - ١}{(ع - ١)^٢} = \frac{-٢}{(ع-١)^٢}$ ½

$\frac{دص}{دع} = \frac{ع + ١ - ع + ١}{(ع + ١)^٢} = \frac{٢}{(ع+١)^٢}$

$\therefore \frac{دص}{دس} = \frac{-(ع-١)^٢}{(ع+١)^٢}$ ½

$\frac{د^٢ص}{دس^٢} = \frac{-٢(ع-١)(ع+١)^٢ - ٢(ع+١)(ع-١)^٢}{(ع+١)^٤} \times \frac{(ع-١)^٢}{-٢}$ ½

عند ع = ٠ $\therefore \frac{د^٢ص}{دس^٢} = \frac{-٢ \times -١ \times ١ - ٢ \times ١ \times -١}{١} \times \frac{١}{-٢}$

$= -٢$ ½

٨-

الحل: $\therefore م = ٣٢ نق^٣$ ½

$\therefore \frac{دم}{دن} = ٩٦ نق^٢ \times \frac{دنق}{دن}$ ½

بعد ٥ ثوان نق = ٤ × ٥ = ٢٠ سم ½

$\therefore \frac{دم}{دن} = ٩٦ \times ٢٠^٢ \times ٤$

$= ١٥٣٦٠٠$ سم³/ث ½

٩-

١٠-

الحل (ب) $-\frac{١}{٤}$ ١

١١-

الحل (د) $\sqrt{٢}$ ١

١٢-

الحل (أ) مجال الدالة هو ح

$$\text{د}(\text{س}) = (٢ - \text{س})\,\text{هـ}^{\text{س}}$$

$$\text{د}'(\text{س}) = -\,\text{هـ}^{\text{س}} + (٢ - \text{س})\,\text{هـ}^{\text{س}} \qquad \tfrac{١}{٢}$$

$$\because \text{د}'(\text{س}) = \text{صفر} \qquad \tfrac{١}{٢}$$

$$\therefore -\,\text{هـ}^{\text{س}} + (٢ - \text{س})\,\text{هـ}^{\text{س}} = ٠$$

$$-١ + ٢ - \text{س} = ٠ \qquad \tfrac{١}{٢}$$

$$\therefore \text{س} = ١$$

$$\text{د}''(\text{س}) = -\,\text{هـ}^{\text{س}} + (-\,\text{هـ}^{\text{س}}) + (٢ - \text{س})\,\text{هـ}^{\text{س}} \qquad \tfrac{١}{٢}$$

$$= -٢\,\text{هـ}^{\text{س}} + (٢ - \text{س})\,\text{هـ}^{\text{س}}$$

$$\text{د}''(١) = -٢\,\text{هـ} + \text{هـ} = -\,\text{هـ} = \text{سالب} \qquad \tfrac{١}{٢}$$

∴ توجد قيمة عظمى عند س = ١ ½

وهي هـ .

(ب)

$$\text{د}(\text{س}) = ٣\,\text{س}^{٤} - ٤\,\text{س}^{٣}$$

$$\text{د}'(\text{س}) = ١٢\,\text{س}^{٣} - ١٢\,\text{س}^{٢} \qquad \tfrac{١}{٢}$$

$$\because \text{د}'(\text{س}) = \text{صفر} \qquad \therefore ١٢\,\text{س}^{٢}(\text{س} - ١) = ٠$$

$$\therefore \text{س} = ٠ \in [-١ ، ٢] \quad \text{أو} \quad \text{س} = ١ \in [-١ ، ٢] \qquad \tfrac{١}{٢}$$

$$\left.\begin{array}{l}
\text{د}(٠) = ٣ \times ٠^{٤} - ٤ \times ٠^{٣} = \text{صفر} \\
\text{د}(١) = ٣ \times ١^{٤} - ٤ \times ١^{٣} = -١ \\
\text{د}(-١) = ٣(-١)^{٤} - ٤(-١)^{٣} = ٧ \\
\text{د}(٢) = ٣(٢)^{٤} - ٤(٢)^{٣} = ١٦
\end{array}\right\} \quad ١$$

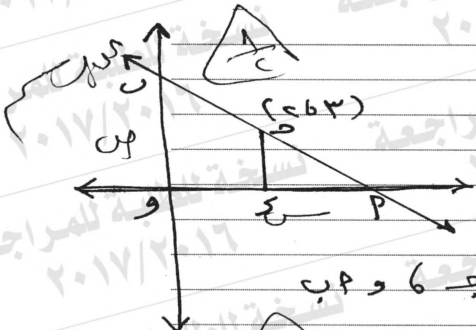
القيمة الصغرى هي −١ ½

والقيمة العظمى هي ١٦ ½

-١٣

الحل (أ) س + ½ جا ٢ س + ث

-١٤



الحل نفرض أن و أ = س

، و ب = ص

∴ أ د = س − ٣

من تشابه المثلثان د أ جـ ، و أ ب

نجد أن $\frac{س-٣}{س} = \frac{٢}{ص}$

∴ ص = $\frac{٢س}{س-٣}$

م = مساحة △ و أ ب = ½ س ص

= ½ س × $\frac{٢س}{س-٣}$

م = $\frac{س^٢}{س-٣}$

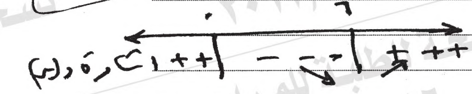
م′ = $\frac{٢س(س-٣) - س^٢}{(س-٣)^٢}$

عندما أصغر مساحة م′ = صفر

∴ ٢ س² − ٦ س − س² = ٠

س² − ٦ س = صفر

∴ س = صفر ، أ س = ٦



∴ المساحة أصغر ما يمكن

عند س = ٦

∴ أصغر مساحة = $\frac{٦^٢}{٦-٣}$ = ١٢ وحدة مساحة

١٥-

الحل أ ٤

١٦-

الحل نقط التقاطع $\text{س}^2 = 5\text{س}$

$\text{س}^2 - 5\text{س} = 0$

$\text{س} = 0$ أو $\text{س} = 5$

المساحة $= \int_0^5 |\text{س}^2 - 5\text{س}| \, d\text{س}$

$= \left| \left[\frac{\text{س}^3}{3} - \frac{5\text{س}^2}{2} \right]_0^5 \right|$

$= \left| \frac{125}{3} - \frac{125}{2} \right| = \left| \frac{-125}{6} \right| =$

∴ المساحة $= \frac{125}{6}$ وحدة مساحة

١٧-

الحل: نقط التقاطع $\text{س}^2 = ٣\,\text{س}$

$\text{س}^2 - ٣\,\text{س} = ٠$

$\text{س} = ٠ \quad ، \quad \text{س} = ٣$

$$\text{ح} = \pi \int_{٠}^{٣} \left| \text{س}^4 - ٩\,\text{س}^2 \right| \, \text{ء س}$$

$$= \pi \left| \frac{\text{س}^5}{٥} - ٣\,\text{س}^3 \right|_{٠}^{٣}$$

$$= \pi \left| \frac{٣^5}{٥} - ٣ \times ٣^3 \right|$$

$$= \frac{١٦٢}{٥} \pi \text{ وحدة حجم}$$

١٨-

الحل (أ)

$$\int \frac{\text{س}+١-١}{\text{س}+١} \, \text{ء س}$$

$$= \int \left(١ - \frac{١}{\text{س}+١}\right) \text{ء س}$$

$$= \text{س} - \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{س}+١| + \text{ث}$$

(ب) $\int \text{س}^2 \, \text{لو}_{\text{هـ}} \text{س} \, \text{ء س}$

$\text{لو}_{\text{هـ}} \text{س} \quad \text{س}^2$

$\frac{١}{\text{س}} \quad \frac{\text{س}^3}{٣}$

$$= \frac{١}{٣} \text{س}^3 \, \text{لو}_{\text{هـ}} \text{س} - \frac{١}{٣} \int \text{س}^2 \, \text{ء س}$$

$$= \frac{١}{٣} \text{س}^3 \, \text{لو}_{\text{هـ}} \text{س} - \frac{١}{٩} \text{س}^3 + \text{ث}$$

(انتهت الإجابة وتراعى الحلول الأخرى)